

Optimization of Discrete Systems by the DORAR Method

Mitsunori MIKI*, and Taiju IKEDA**

(Received November 4, 1998)

The DORAR (Distributed Optimization by Resource Addition and Reduction) method is a distributed optimization method for the minimization of the total resource of a system with discrete elements, and the method is very robust and suitable for parallel processing. The DORAR method consists of two processes, namely the resource reduction process and the resource addition process. A modified rule about DORAR method for adaptively changing the small additional resource used in the resource addition process is proposed in order to attain fast convergence and to escape from local minima at the same time in this paper. The proposed rule is successively applied for optimizing truss structures.

Key words : optimum design, discrete systems, distributed algorithm, parallel computing, truss structure

キーワード:最適設計, 離散システム, 分散アルゴリズム, 並列計算, トラス構造

資源追加削減法による離散システムの最適化

三木光範・池田大樹

1. はじめに

最適化問題の解を見いだすには膨大な計算が必要な場合が多い。複雑な最適化問題で従来の効率的な数理計画法が有効でない場合には、遺伝的アルゴリズム¹⁾(以下GAとよぶ)、シミュレーテッドアニーリング²⁾(SA)といった進化戦略³⁾に基づく方法を採らざるを得ず、計算負荷が極めて高くなる。しかし、一般的な進化戦略では、最適化は確率的に達成されるため最適解を得るための明確な局所ルールが存在せず、最適解へのアプローチに一般性が乏しい。そこで、三木⁴⁾により明示的な局所ルールを持つ分散最適化の新しいアルゴリズムが提案された。

このような分散最適化のアプローチに基づき提案

された資源追加削減法(Distributed Optimization by Resource Addition and Reduction method, 以下DORAR法)は、システムを構成する離散的な各要素が、要素に関する情報を頼りに、要素の持つ知識のみで、自律的に挙動し、その結果としてシステム全体がより最適な方向へ近づくという考え方である。最適化のアルゴリズムは単純で、各要素はその設計変数である資源に余裕があれば削減し、その後、微少資源を追加し、削減するというものである。この手法は、問題の解や構造に関する知識をいかに利用するかがポイントになることから、ヒューリスティックな局所ルールを基礎とした最適化法⁵⁾であり、いくつかの小さな問題でその有効性が確認された^{4,6-13)}。具体的には、三木^{4,7-13)}や古市⁶⁾により6節点10部材トラス構

* Department of Knowledge Engineering and Computer Science, Doshisha University, Kyoto
Telephone:+81-774-65-6434, Fax:+81-774-65-6796 E-mail:mmiki@mail.doshisha.ac.jp

** Graduate Student, Department of Knowledge Engineering and Computer Science, Doshisha University, Kyoto
Telephone/Fax:+81-774-65-6716 E-mail:tikeda@mikilab.doshisha.ac.jp

造物最適化問題，古市⁶⁾により電気回路最適化問題に適用され，良好な収束解を得た．しかしながら，より良好な解への収束の試みは行われていない．本論文では，資源追加削減法を力学的離散システムである8節点15部材トラス構造物および10節点20部材トラス構造物に適用し，このアルゴリズムの有効性を検証した．そして，より良好な解へ収束させるためにアルゴリズムに変更を加えた．

また，古市⁶⁾では資源追加削減法により得られた解が最適解であることの検証はなされていない．一般的に局所最適解であることの検証は，最適性基準であるKuhn-Tucker条件¹⁴⁾のような数学的に確立された方法を適用する．しかし，トラス構造物最適化問題の収束解においては，Kuhn-Tucker条件の直接の適用は不可能である．そこで，得られた解をGAによる解と比較した．

一般的に，大域的最適解を求めるためには，GAなどの進化戦略に基づく最適化法を用いるが，対象とする問題がより大規模になるにつれ，計算時間が大幅に増加し，多くの計算資源を必要とする．分散最適化に基づくアルゴリズムである資源追加削減法はこれまでに例のない最適化法であり，大規模な問題に対してもGAと比較して，大幅に少ない計算時間で最適解に収束した．

本論文では，資源追加削減法のアルゴリズムに，より良好な解への収束のための変更を加え，GAと比較することにより，得られた収束解が最適解であることの検証を行った．

2. 資源追加削減法(DORAR法)

2.1 対象とする問題とアプローチ

ここでは，離散的な要素を有するシステムの最適化問題を考える．対象とする離散システムは設計変数が連続的な実数値をとる離散要素から成るシステムとし，目的はシステムでの資源の最小化とする．各要素は資源を有し，その関数として種々の機能が表現される．目的はシステム全体として必要な資源の最小化であり，それは各要素の資源の和で表される．また，システムには要求される機能が制約条件として課せられている．それは，複数の局所制約条

件と複数の全体制約条件である．設計変数は各要素の資源とする．以上を式で表すと式(1)のようになる．

$$\begin{aligned} & \text{Minimize } R \sum_{i=1}^N R_i \\ & \text{Subject to} \\ & g_{ik} \leq 0 \quad (i = 1, \dots, N; k = 1, \dots, n_i) \\ & G_j \leq 0 \quad (j = 1, \dots, m) \end{aligned} \quad (1)$$

ここで， R は資源， g は局所制約条件， G は全体制約条件， N は要素数である．

そして，この問題を分散的に解く．つまり，システムの各要素が，それ自身に関する情報と局所的なルールを基にして，それ自身の資源を変化させる．このプロセスの繰返しによりシステム全体の最適化を達成する．

各要素が局所的に利用できる情報は，式(2)である．

$$g_{ik} (k = 1, \dots, n_i), G_j (j = 1, \dots, m) \\ \frac{\partial g_{ik}}{\partial R_i}, \frac{\partial G_j}{\partial R_i} \quad (2)$$

ここで g_{ik} ， G_j ， $\frac{\partial g_{ik}}{\partial R_i}$ ， $\frac{\partial G_j}{\partial R_i}$ はそれぞれその要素の局所制約，システムの全体制約，およびそれらの制約のその資源 R_i に関する感度情報である．ここで，感度が高い要素とは，その制約条件に対する影響が大きいことを意味し，システムの中でその制約条件を満たすために必要度が高いことを意味する．

また，重要なことは制約条件を局所制約条件と全体制約条件に分離したことである．ここでは，各要素における制約条件を局所制約条件，システム全体としての制約条件を全体制約条件とした．この分離は一般的には経験的なものであり，分離することにより，各要素が他の要素の制約条件を考慮することなく自律分散的に振る舞うことが可能となる．各要素の状態は最終的には全体の資源配分で決定することを考えると，完全な局所制約条件はあり得ない．しかし，その要素の設計変数の感度が十分高い制約条件は局所制約条件と考えることができる．この分離により，各要素は他の要素の局所制約条件は見えない

いことになるが、このことは不都合なことではなく自律分散処理に基づく最適化法の特徴である。

2.2 資源追加削減法(DORAR法)のアルゴリズム⁷⁾

資源追加削減法(DORAR法)のアルゴリズムは以下の手順で示される。

1)各要素が自身に与えられた局所制約条件に関する資源余裕を見積もる。要素*i*の資源を R_i とすると、要素*i*の*j*番目の局所制約条件 g_{ij} に関する資源余裕は式(3)で与えられる。

$$R_{mi}^{g_{ij}} = \frac{g_{ij}}{\left(\frac{\partial g_{ij}}{\partial R_i} \right)} \quad (3)$$

2)各要素がシステムに与えられた全体制約条件に関する資源余裕を見積もる。資源 R_i の*j*番目の全体制約条件 G_j に関する資源余裕は式(4)で与えられる。

$$R_{mi}^{G_j} = \alpha_{ij} \frac{G_j}{\left(\frac{\partial G_j}{\partial R_i} \right)} \quad (4)$$

α は、責任係数と呼ばれる係数で、全体制約条件を達成するための要素の責任の重さ、つまり、全体制約条件に対する要素の重要さを表している。一般的には、要素数の逆数(1/N)を用いる。

3)その要素の局所資源余裕と全体資源余裕の最小値をその要素の臨界資源余裕とし、各要素は臨界資源余裕を削減する。要素*i*の臨界資源余裕は式(5)で表される。この処理を資源削減処理と呼ぶ。

$$R_{mi}^{(k)} = \text{Min} \left(R_{mi}^{g_{ij}}, R_{mi}^{G_j} \right) \quad (5)$$

4)各要素に一定量の微少な資源を付加する。この処理を資源追加処理と呼ぶ。

5)上の1)から4)を繰り返すことにより最適解を得る。

以上のアルゴリズムによる解が最適解であることの幾何学的証明は、三木⁷⁾により目的関数、制約条件が線形の場合に限り行われている。

2.3 従来の資源追加削減法に関する問題点

三木^{4,7-13)}、古市⁶⁾らの研究では、DORAR法は6節

点10部材トラス構造物最適化問題に適用され、良好な収束解を得た。また、古市⁶⁾により電気回路最適化問題にも適用され、非常に短時間で極めて良好な解に収束した。これらの報告により、DORAR法による最適解は有効であることが明らかにされた。しかし、より厳密な最適解を得るための試みは行われていない。また、古市⁶⁾の研究では、トラス構造物最適化問題において比較的良好な解に収束したものの、得られた解が最適解であることの検証は行われていない。

本論文では、8節点15部材、10節点20部材トラス構造物に、より厳密な最適解を得るための変更を加えたDORAR法を適用する。最適解であることの検証は、一般的にKuhn-Tucker条件¹⁴⁾のような数学的に確立された方法を適用する。しかし、トラス構造物最適化問題の収束解においては、Kuhn-Tucker条件の直接の適用は不可能である。そこで、GAによる解と比較することで、最適解の検証を行った。

3. 力学的離散システムへの適用

3.1 最適化の対象としたトラス構造物

本研究で取り扱う力学的システムは離散的要素から成るトラス構造物とした。ここで、トラスとは直線部材を摩擦のないピンで接合した構造物であり、例えば、送電線の鉄塔や鉄道橋などである。さらに、ピンの空間的な広がりは無視して点であると考え、節点と呼ぶ。トラス構造物は節点と部材から構成される¹⁵⁾。

トラス構造物の最適化問題とは、ある節点に負荷を加えて複数の制約条件を与えたとき、最小体積のトラス構造物を設計することである。制約条件としては、局所制約条件として各部材の引張、圧縮応力および座屈強度を考え、全体制約条件として一つの節点変位を考える。部材は中実円形とし、設計変数は部材の体積である。

ここでは、Fig. 1に示す8節点15部材、10節点20部材のトラス構造物の最小体積設計問題を考える。使用材料は簡単のため線形弾性材とするが、全体の変形は非線形性を考慮する。目的は体積の最小化であり、したがって資源追加削減法における資源はここでは各部材の体積となる。荷重条件として、8節点15

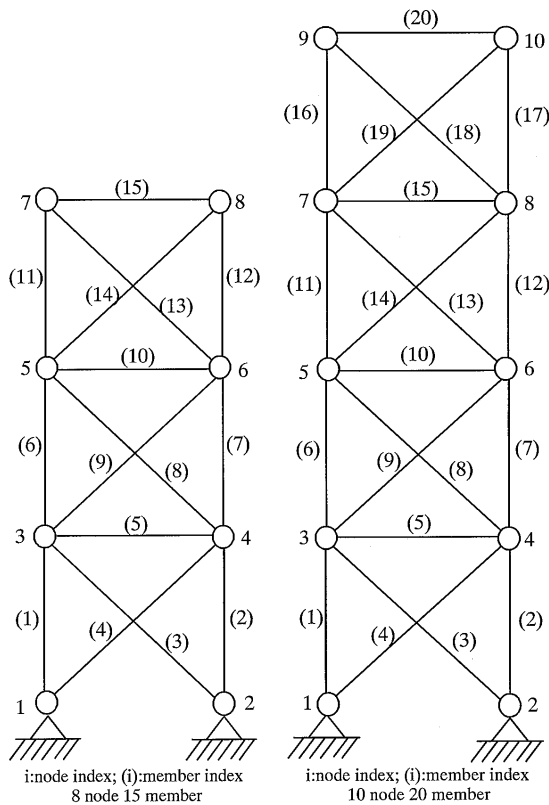


Fig. 1. 15 and 20-member truss structures

部材トラス構造物が節点4,6および8にそれぞれ2kNの水平荷重を付加し, 10節点20部材トラス構造物については, 節点4,6,8および10に, それぞれ1kNの水平荷重を付加した. また, 応力制約における限界値は40MPaとした. 変位制約として8節点トラスについては節点8の, 10節点トラスについては節点10の変位が0.03m以下とする.

3.2 最適化のアルゴリズム

トラス構造物に対する資源追加削減法のアルゴリズムを, この問題に即して書き換えると, 次の手順となる. ここでは, まず資源削減処理について具体的に説明する.

1)各部材はその部材に関する局所制約条件と全体制約条件を基に, その部材の体積の余裕を評価する. ここでの, 局所資源余裕は引張, 圧縮応力に関する資源余裕と座屈による資源余裕に分けられる. 引張, 圧縮応力に関する資源余裕は, 式(6)によって求めることができる.

$$R_{mi}^{t,(k)} = R_i^{(k)} \left(1 - \frac{\sigma_i^{(k)}}{\sigma_t} \right) \quad (6)$$

ここで, 添え字*i*は部材番号, 添え字*t*は引張り, 添え字*m*は余裕, σ は部材応力, k は繰り返し数, σ_t は材料の引張り強度を表しており, 一方座屈に関する資源余裕は式(7)で求めることができる.

$$R_{mi}^{b,(k)} = R_i^{(k)} \left(1 - \sqrt{\frac{P_i^{(k)}}{P_{cr}^{(k)}}} \right) \quad (7)$$

また, P は部材の軸力, 添え字*b*は座屈を, 添え字*cr*は座屈強度を表している. したがって, 局所資源余裕は式(8)で評価できる.

$$R_{mi}^{g,(k)} = \beta_i^{(k)} \min(R_{mi}^{t,(k)}, R_{mi}^{b,(k)}) \quad (8)$$

2)各部材は全体制約条件を基にその部材の体積の余裕を評価し, それらに責任係数を乗じたものをその部材の全体体積余裕とする. 全体制約条件は, この場合, システム全体で1つだけであるから, 全体制約に関する資源余裕は式(9)で求まる.

$$R_{mi}^{G,(k)} = \alpha_i^{(k)} \frac{G^{(k)}}{\left(\frac{\partial G^{(k)}}{\partial R_i} \right)} \quad (9)$$

3)その部材の局所体積余裕と全体体積余裕の最小値をその部材の臨界資源余裕とし, 各部材は臨界資源余裕を削減する. 部材*i*の臨界資源余裕は, 式(10)で評価できる.

$$R_{mi}^{(k)} = \min(R_{mi}^{g,(k)}, R_{mi}^{G,(k)}) \quad (10)$$

次に, 資源追加処理を行う. 資源追加処理については次節で詳しく述べる. そして, 各要素の資源が変化した後, 構造解析を行いシステムを新しい状態へ移らせる.

3.3 8節点15部材トラス構造物の最適化

乱数を用いて各部材の円形断面の半径を与えた初期値を5種類設定した. 8節点15部材トラス構造物の

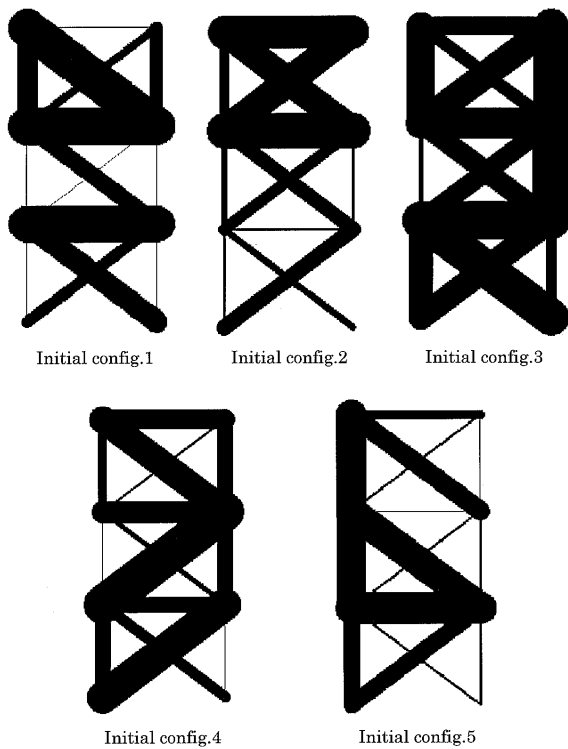


Fig. 2. Initial distribution of the sectional areas of the members

初期値の断面積分布1-5をFig. 2に示す．初期値における全体の体積は最小 1.43×10^{32} ，最大 $2.76 \times 10^{32} \text{m}^3$ であった．

資源追加処理における追加微小資源の大きさ(以下 ΔR とよぶ)は，各要素に対して同じ量でなければならない．一般的に， ΔR を大きくすれば収束は早まるが，より良好な解への収束は困難で，収束解の精度は低くなる． ΔR を小さくすれば収束は遅れるが，より最適解に近い解に収束させることが可能となる．

古市⁶⁾による手法では，トラス構造物最適化問題における追加微小資源の大きさは，その時点でのシステムの全資源量の0.1%を用いていた．この値を以後 $\Delta R=0.001R$ と記述することにする．この値を用いFig. 2の初期値1,2および3からの繰り返し数400回での体積履歴をFig. 3に示す．3種類の初期値とも，繰り返し数100回程度で収束し，それ以降は解が変化しないことがわかる．これらの解は比較的良好な解であるが，資源追加処理のために厳密には消滅すべき資源が残っている．そこで，より厳密な最適解に近づけるために，解が変化しなくなった段階で，資源追加処理の追加微小資源の大きさを段階的に減少

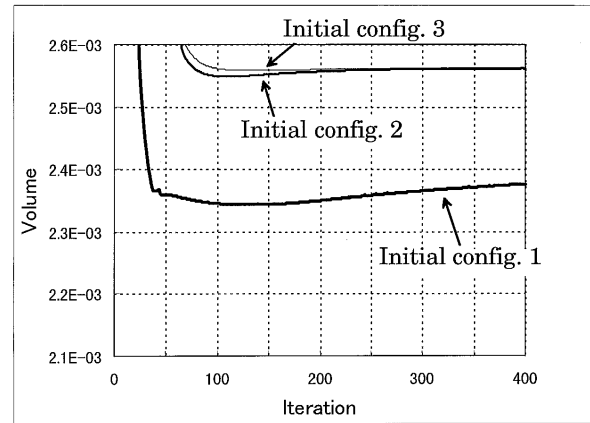


Fig. 3. History of the total volume of trusses from initial config. 1-3 by fixed $DR(0.001R)$

させる処理，すなわち ΔR を低減させる処理を加える．

本論文では，資源追加処理における ΔR の減少ルールを次の3つの方法で設定した． ΔR の初期値は，3つの方法とも0.001Rに設定した．

方法1：総資源量の変化率が一定値以下になったとき， ΔR を低減させる．

方法2：設定した繰り返し数ごとに， ΔR を低減させる．

方法3：総資源量が増加するごとに， ΔR を低減させる．

以上の3つの方法で，トラス構造物の最適化を行った．本論文では，方法1の変化率は 1.0×10^{-6} に，方法2の繰り返し数は300回に設定した．

3.4 最適化の結果

Fig. 2における初期値1-5を対象として方法1を用い，繰り返し数2000回の最適解をFig. 4に，初期値1,2および3からの体積履歴をFig. 5-7に示す．

どの初期値からも全体積は計算の初期段階で急速に減少し，そののち緩慢な変化過程に入ることがわかる．著しく相違した初期値から出発したにもかかわらず，すべて発散せず，比較的良好な収束過程を示した．

まず，初期値1については，Fig. 5より3種類の方法ともFig. 4の最適解1と同様の断面積分布を示す良好な解(以下，最適解Aとよぶ)に収束した．

初期値2については，Fig. 6より3種類の方法とも

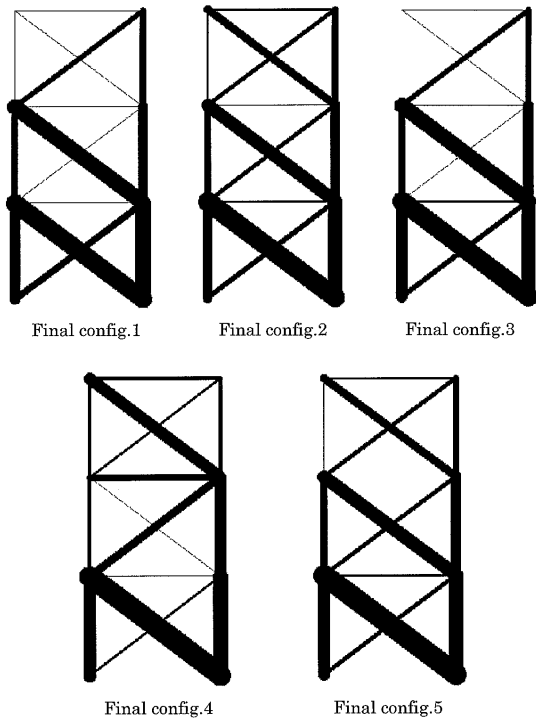


Fig. 4. Distribution of the sectional areas of the members (Method-1)

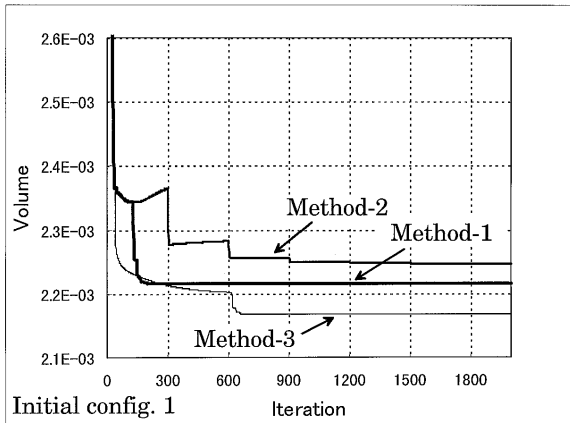


Fig. 5. History of the total volume (Initial config. 1)

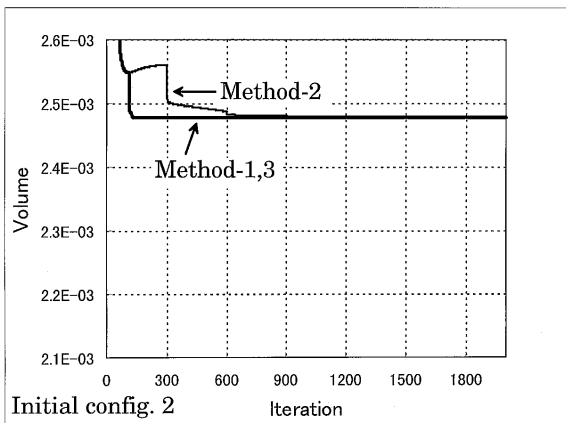


Fig. 6. History of the total volume (Initial config. 2)

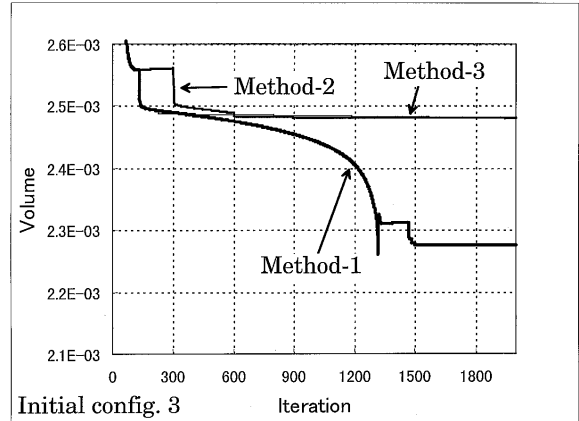


Fig. 7. History of the total volume (Initial config. 3)

Fig. 4の最適解2と同様の断面積分布を示すあまり良好でない解(以下、最適解Bとよぶ)にしか収束しなかった。ほぼ収束したと考えられる方法1の繰り返し数140回および方法2の繰り返し数1800回の時点での ΔR はともに $1.0 \times 10^{-9}R$ であった。また、方法3の最終的な ΔR は $1.0 \times 10^{-7}R$ であった。よって、3種類の方法ともこれまでの収束過程で ΔR が微小な値に減少したため、これ以上繰り返し数を増加させても良好な解には収束しないと考えられる。その原因として、11,13および15部材の体積がこれ以上減少しないためであると考えられる。11,13および15部材は、負荷荷重を支持することについては無意味な部材であるといえる。そして、これら3つの部材間で力の平衡状態ができていているものと考えられる。

初期値5については、3種類の方法ともに初期値2と同様に、最適解Bに収束した。

初期値3については、Fig. 7より方法1のみがFig. 4の最適解3の形の良好な解に収束した。この最適解は、最適解Aの断面積分布と極めて類似している。方法2および方法3による解は、最適解Bと同様の解に収束した。方法1による最適解3は、繰り返し数1300回付近で一度大きく総資源量が減少し、その後すぐに増加している。原因として、各部材の制約条件が大きく破られた結果、再びその制約条件を満たすために総資源量が増加した結果であると考えられる。

初期値4については、3種類の方法ともに良好な収束解である最適解Aや、あまり良好ではない最適解Bとは大きく異なった断面積分布を示すFig. 4の最適

解4(以下、最適解Cとよぶ)に収束した。最適解Aは、8および14部材の断面積が残り、9および13部材の断面積が消滅した。しかし、逆に最適解Cは9および13部材の断面積が残り、8および14部材の断面積が消滅した。よって、最適解Aと最適解Cは、完全に異なった形で負荷荷重を支持していると考えられる。最終的な ΔR は、方法1が $1.0 \times 10^{35}R$ であり、方法2は $1.0 \times 10^{39}R$ 、方法3は ΔR の下限値である $1.0 \times 10^{316}R$ であった。結果的に3種類の方法でさまざまな大きさの ΔR が適用されたといえるが、繰り返し数600回以降はほぼ同じ収束過程を示し、3種類の方法とも最適解Cに収束した。

次に、資源追加処理における3種類の ΔR の減少ルールについて考えてみる。総資源量の変化率に伴い ΔR を変更する方法1は、繰り返しごとの総資源量の変化が微量になったときに最適解に到達していない場合は、その解に収束し、最適解にたどり着けないという問題がある。しかし、本論文においては、初期の収束は速く、どの初期値からも比較的良好な収束過程を示した。一方、 ΔR を繰り返し数300回ごとに変更する方法2は、Fig. 5-7より ΔR を減少させた処理の直後で、大きく総資源量が減少していることがわかる。そして、 ΔR が一定の状態では総資源量が微量ずつ増加している。このように総資源量の変化に関わらず ΔR を固定することは、体積がある段階まで減少し、さらに体積変化が微量となり、それに伴い追加する微量資源量を微量にしななければならないときに対応できず、過大な資源を与え続けることで収束を遅らせる結果となる。よって、総資源量の微量増加はその時点でのシステムに対し過大な資源を追加しすぎた結果であるといえる。

微量資源追加処理における ΔR の与え方により、最適解や収束速度、収束過程に大きな相違が生じる。つまり、Fig. 5の初期値1のように総資源量が増加するごとに ΔR を減少させる方法3を適用するのが好ましい場合や、Fig. 7の初期値3のように総資源量の変化率により ΔR を減少させる方法1を適用するのが好ましい場合があり、 ΔR の減少ルールは一概に決定することができないことが明らかになった。また、Fig. 6の初期値2のように、 ΔR の与え方に関わらず最終的に不要な部材が残ってしまう場合もあった。Fig. 2の

5種類の初期値に限ると、方法1が総合的に考えて最も有効であったといえる。しかし、方法1-3ともに発散せず、最適解もしくは最適解に近い解に収束した。次節では、より厳密な最適解への収束のため、 ΔR の新しい変化ルールを提案する。

4. 追加微量資源の新しい設定

4.1 増加ルールの提案

資源追加処理で追加する微量資源の大きさは、方法1-3のような減少ルールにより収束が進行するにつれて、あるいは繰り返し数が増加するにつれて低減させるのみであった。しかし、この処理だけでは最適解Bのように、負荷を支持することに対しては無意味な部材(11,13および15部材)が局所的に相互作用して荷重を分担し、消滅しない場合があることがわかった。

最適解Bのように無意味な部材が残っている場合でも、その解までの収束のために ΔR が微量な値に低減することが必要である。良好でない最適解Bの各部材に、微量な ΔR を追加したとしても、最適解Bの11,13および15部材のような悪い部材間の局所的相互作用を崩すことはできないであろう。そこで、このような局所的相互作用を崩し、最終的に不要となる部材を消滅させるため、従来方法1-3のような ΔR を低減させる処理に対して、 ΔR を増加させる処理を加えた新しい変化ルールを提案する。

方法1-3の ΔR の初期値は全て $0.001R$ であり、総資源量の減少や繰り返し数の増加などの減少ルールに伴い減少する。従来この減少処理に加えて、新しく提案する ΔR の増加ルールを加えた ΔR の変化ルールは次の通りである。

- 1)設定した繰り返し数ごとの総資源の変化量が一定値以下になると、 ΔR を増加させる。
 - 2)方法1-3による減少ルールにより ΔR が低減する。
 - 3)上の1),2)を繰り返す。 ΔR の増加、減少を繰り返し、最適解の周辺では最終的に ΔR の値が収束する。
- 本論文では、1)の繰り返し数は10回に、変化量の一定値は 1.0×10^{39} に設定した。また、増加ルールによる ΔR の値は 1.0×10^{34} に設定し、増加ルールを適用

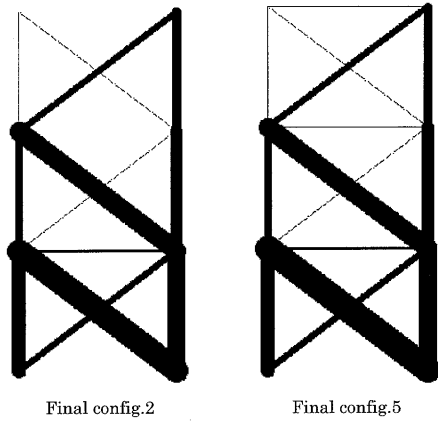


Fig. 8. Distribution of the sectional areas of the members (Method-1 and Method-1+)

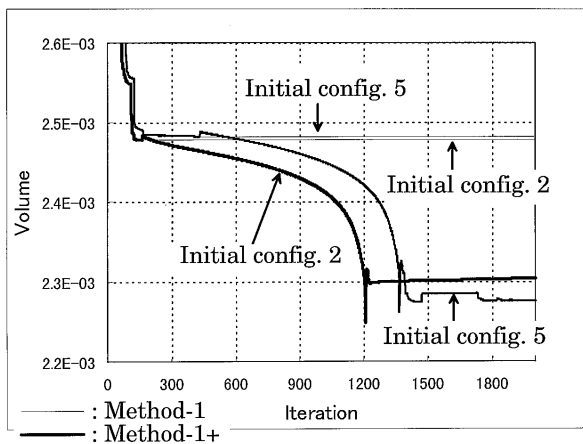


Fig. 9. History of the total volume of the (Initial config. 1 and 3, Method-1 and Method-1+)

するごとにこの値は低減させた。

4.2 増加ルールの適用

前節で提案した ΔR の増加ルールを、方法1-3で最終的に不要となる部材が残った解(最適解B)にしか収束しなかったFig. 2の初期値2および初期値5に適用した。 ΔR の減少ルールは方法1とした。また、 ΔR の増加ルールによる ΔR の下限値は $1.0 \times 10^{27}R$ とした。以下では、方法1に加えて増加ルールを適用する方法を方法1+とよぶ。

初期値2および初期値5からの方法1+による最適解をFig. 8に、体積履歴をFig. 9に示す。

初期値2および初期値5は ΔR の減少ルールのみでは最適解Bのように最終的に不要となる部材が残って消滅しなかった。しかし、 ΔR の増加ルールを加えることで、Fig. 8のような良好な解に収束した。この

解は、最適解Aの断面積分布と極めて類似している。最適解Bは、負荷を支持することに対して無関係な11,13および15部材が残っているが、減少ルールである方法1に加えて、本論文で提案した ΔR の増加ルールを適用して最適化された解Fig. 8は、これら3つの部材の局所的相互作用がなくなり、ほぼ消滅していることがわかる。

ここで、Fig. 2の初期値2からの方法1のみによる最適化における ΔR の変化を調べてみる。Fig. 6によると、繰り返し数140回程度で局所的最適解に収束していることがわかる。収束時点での ΔR は $1.0 \times 10^{39}R$ であった。この後、 ΔR がどれだけ減少しても、繰り返し数2000回までに総資源量が減少することはなかった。次に、繰り返し数300回ごとに ΔR を減少させる方法2による ΔR の変化を調べてみる。Fig. 6によると、繰り返し数300回ごとに合計6回 ΔR が減少した。そして、繰り返し数1800回の変化で ΔR の値は $1.0 \times 10^{29}R$ となり、方法1と同様の値に収束した。方法3については、方法1と同様の収束過程を示した。

次に、方法1+を適用して最適化したFig. 9について ΔR の変化を追跡した。初期値2は、方法1では繰り返し数140回程度で収束した。この後、従来の方法1では総資源量の変化率に伴い ΔR を減少させるのみで、これ以上のより良好な解への収束は望めなかった。ところが、初期値2から新しい ΔR の増加ルールを適用すれば、総資源量の変化が微量になった段階で、1回目の ΔR の増加ルールにより、 ΔR が $1.0 \times 10^{24}R$ に増加した。その結果、この ΔR の値を維持したまま総資源量が大きく減少し、最終的に最適解Aの形の良好な解に収束することができた。よって、初期値2は最適解Bのような不要な部材が消滅していない解に収束した時点での ΔR が $1.0 \times 10^{24}R$ であれば、さらなる収束が進行することがわかった。

Fig. 2の初期値5からの方法1のみによる最適化における ΔR の変化を調べてみる。繰り返し数2000回終了時点での ΔR の値は、下限値である $1.0 \times 10^{16}R$ 以下であった。よって、資源追加処理における ΔR が微小であることから、これ以後局所的相互作用している悪い部材を消滅させるような変化を望むことはできないであろう。

次に、方法1+を適用して最適化したFig. 9につい

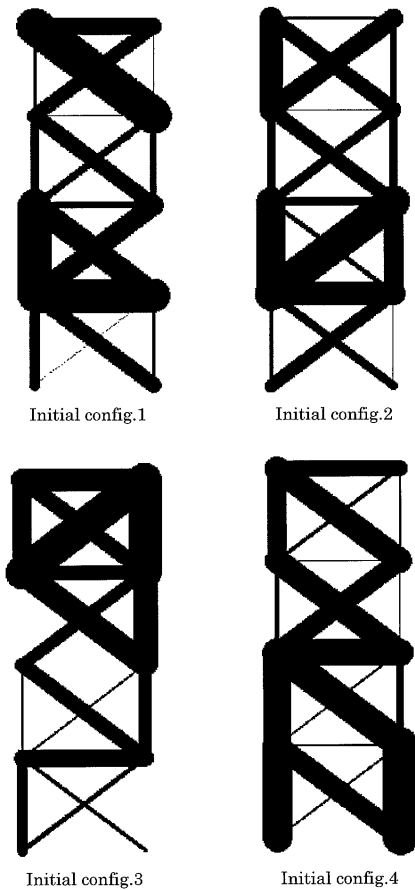


Fig. 10. Initial distribution of the sectional areas of the members

て ΔR の変化を追跡した。初期値2と同様、初期値5も収束して変化がなくなった段階で ΔR が $1.0 \times 10^{24}R$ に増加した。その結果、この ΔR の値を維持したまま大きく総資源量が減少した。初期値5も、初期値2と同様に良好でない解に収束した段階で ΔR が $1.0 \times 10^{24}R$ であれば、さらなる収束が進行することが明らかとなった。

Fig. 9から、その時点での ΔR の値の違いがその後の収束過程に多大な影響を与えることがわかる。最終的に消滅すべき部材が残った最適解Bに収束させるためにも、 ΔR を減少させる処理は必要である。しかし、このような初期値から、より良好な解に収束させるためには、 ΔR の増加処理を適用することが不可欠である。

ΔR は繰り返し数が増加するたびに減少させていくことが基本であるが、負荷を支えていないような無意味な部材の局所的相互作用をなくし、部材を消滅させるには、ある程度の大きさの ΔR が必要となる。

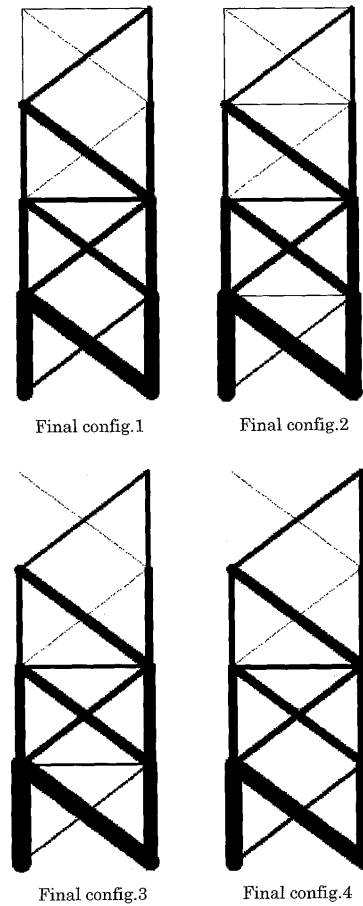


Fig. 11. Distribution of the sectional areas of the members (Method-and Method-1+)

よって、収束した状態において ΔR の値が微量になり、また、このような負荷荷重を支持することに関しては不要な部材間での平衡状態が存在する場合は、資源追加処理における微少追加資源量を増加させる処理は有効であるといえる。

一方、 ΔR を増加させるルールについては、どの初期値に対しても同様のルールで増加させるのではなく、収束過程や収束解を取り入れた柔軟なルールを検討すべきである。

次に、 ΔR の増加ルールを含めた新しいルールにより10節点20部材トラス構造物の最適化を行った。 ΔR の初期値は、8節点15部材トラス構造物の最適化のときと同様に $0.001R$ とした。 ΔR の変化ルールは従来の方法1に加えて、前節で提案した新しい増加ルールを適用した方法1+とした。

10節点20部材トラス構造物の初期値の断面積分布1-4をそれぞれFig. 10に示す。初期値における全体の体積は最小 2.01×10^{52} 、最大 $2.35 \times 10^{52}m^3$ であった。

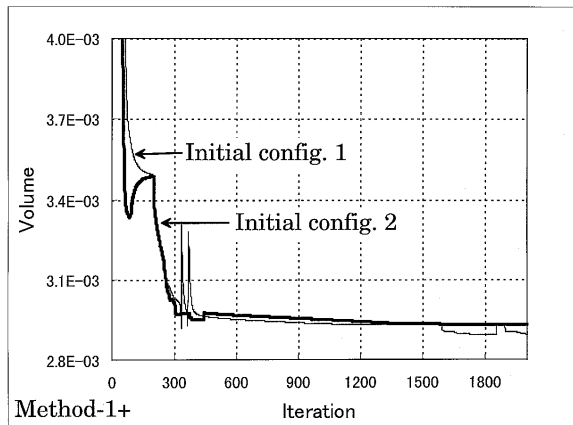


Fig. 12. History of the total volume (Initial config. 1 and 5, Method-1 and Method-1+)

初期値1-4の繰り返し数2000回での収束解をFig. 11に、初期値1および初期値2からの体積履歴をFig. 12に示す。初期値3-5からも、Fig. 12と類似した収束過程を示した。Fig. 10のどの初期値からも繰り返し数500回程度の繰り返しで良好な解に収束した。また、Fig. 10の収束解は全て同様の断面積分布を示し、4種類の初期値からの収束解は全ての制約条件を満たしている。また、8節点のときの最適解Bのように、局所的相互作用が生じて不要な部材が残ることはなかった。よって、提案された増加ルールはロバストであることが確認できた。

本論文では、12節点25部材以上の大規模なトラス構造物には資源追加削減法を適用していない。そこで、提案手法がどの程度の要素数までについて有効かどうかについては、今後の検討が必要である。

次に、得られた解が有効であることを確認するため、GAによる解と比較する。GAにより8節点15部材、10節点20部材トラス構造物を最適化した結果をFig. 13に示す。8節点15部材における最適解AはFig. 13の解と断面積分布が極めて類似していることから、大域的最適解と考えることができる。また、10節点20部材におけるFig. 11もFig. 13の解と断面積分布が類似していることから大域的最適解と考えることができる。

ここで、DORAR法とGAによる収束解までの計算量の比較を行う。Fig. 4の最適解1においてDORAR法では、収束までに10部材×400回の繰返しで4000回の解析を行ったのに対して、GAでは100個体×

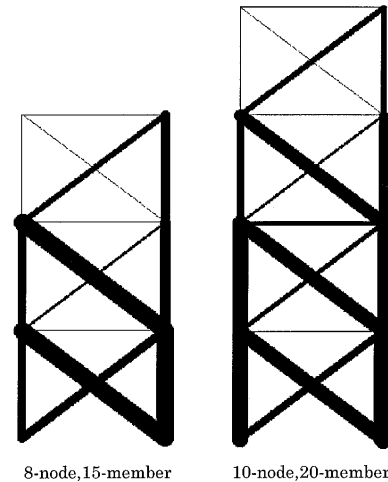


Fig. 13. Distribution of the sectional areas of the members (Obtained by a genetic algorithm)

1000世代で100000回の解析を行った。こうしてDORAR法は1回の試行で計算量は約25分の1となることがわかる。これより、DORAR法は計算量の点から考えて優れた方法といえる。

5. 結 論

本論文では、資源の最適な配分問題に帰着される最適化問題を並列分散的に解くための新しい方法として三木により提案されたDORAR法に、追加微少資源の大きさを増加、減少させるという新しい処理を加え、トラス構造物最適化問題を解いた。得られた結論は、以下の通りである。

- 1) DORAR法は、力学的離散システムとして6節点10部材トラス構造物にのみ適用されていた。本論文では、8節点15部材トラス構造物、10節点20部材トラス構造物に適用し、最適解を得ることができた。また、最悪と思われる初期値からでも発散せず、収束しなかった例はなかった。よって、DORAR法は有効であり、極めてロバストな方法であることが確認できた。また、人為的に与えるパラメータは微少資源追加量のみであり、これは容易に設定可能である。
- 2) 資源追加処理における ΔR の与え方については未知であったが、 ΔR は収束解、収束過程、並びに収束速度に大きな影響を及ぼすものであることが明らかとなった。また、適切な ΔR の変化ルールを与え

- るためには、ある程度の試行錯誤が必要であることがわかった。
- 3) 資源追加処理における ΔR の値は固定であったが、本論文では収束が進行するにつれて、3種類の ΔR の減少ルールを用い、より厳密な最適解への収束を実現できた。よって、 ΔR の減少ルールは厳密な最適解への収束には不可欠である。
 - 4) 資源追加処理において、 ΔR の減少ルールのみでは不要な部材が消滅せずに収束してしまう場合があった。そこで、そのような解に対して ΔR を増加させるルールを提案し、そのルールを適用することで、局所解からの脱出が可能となった。
 - 5) 提案した増加、減少という2つの変化ルールを適用して得られた最適解はGAによる最適解と一致した。よって、DORAR法は有効であることが確認できた。
 - 6) DORAR法は、GAと比べても非常に短時間で、良好な解に収束することがわかった。また、解析回数もGAと比較して、大幅に少なくすむことが確認できた。
今後の課題として考えられるものは次の通りである。
 - 1) DORAR法は、力学的離散システムとして10節点20部材トラス構造物にまで適用された。しかし、このアルゴリズムがどの程度の要素数まで有効かどうかはさらなる検討が必要である。
 - 2) DORAR法を、資源最小化問題に帰着しやすいネットワーク最適化問題や生産システムにおける最適化問題、大規模な線形計画問題にも適用し、一般的な資源最適配分問題に対してアルゴリズムの有効性を検証する必要がある。

参 考 文 献

- 1) D. E., Goldberg, "Genetic algorithms in search, Optimization, and Machine Learning," Addison-Wesley, Reading, 1989
- 2) M. M. Atiqullah, and S. S., Rao, "Parallel Processing in Optimal Structural Design Using Simulated Annealing," AIAA Journal, Vol.33, No.12, pp.2386-2392, 1995
- 3) H.P., Schwefel, "Evolution and Optimum Seeking," John Wiley&Sons, New York, 1995
- 4) M.Miki, "Parallel distributed optimization of discrete

- structures", Computational Mechanics Publications Southampton Boston, OPTI97, pp.229-238, 1997
- 5) 茨木俊秀, "離散最適化法とアルゴリズム", 岩波書店, 1993
 - 6) 古市昌弘, "自律分散処理に基づく離散システムの最適化", 同志社大学修士論文, 1996
 - 7) 三木光範, "知的自律要素法による離散システムの最適化", 機械の研究 第49巻第1号, pp.192-198, 1997
 - 8) 三木光範, "分散並列最適化のためのアルゴリズム", 日本計算工学会 計算工学講演論文集 Vol.1, pp.605-608, 1996
 - 9) 三木光範, "並列分散最適化のためのアルゴリズム", 日本機械学会 第2回最適化シンポジウム講演論文集, pp.95-100, 1996
 - 10) 三木光範, "並列分散最適化のためのアルゴリズム", 情報処理学会 並列処理シンポジウム JSPP'98, pp.263-270, 1998
 - 11) 三木光範, "並列分散最適化の最近の研究動向", 日本機械学会 第3回最適化シンポジウム講演論文集, pp.47-25, 1998
 - 12) M.Miki, "Object-Oriented Optimization of Discrete Structures" AIAA, pp.2217-2229, 1994
 - 13) M.Miki, M.Furuichi, Y.Watanabe, "Smart Distributed Minimization of the Volume of Discrete Structure", AIAA, pp.2344-2352, 1996
 - 14) 坂和正敏, 石井博昭, 西崎一郎, "ソフト最適化", 朝倉書店, 1995
 - 15) 山本宏, 久保喜延, "わかりやすい構造力学[I]", 鹿島出版社, 1987